

แบบรายงานผลการสร้าง/พัฒนานวัตกรรมการจัดการเรียนรู้
สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษาชัยภูมิ

.....

1. ชื่อนวัตกรรมการจัดการเรียนรู้

แนวทางการจัดกิจกรรมเรียนรู้ เรื่องอนุกรมเรขาคณิต

2. ชื่อผู้สร้าง/พัฒนานวัตกรรมการจัดการเรียนรู้

ชื่อ นายณรงฤทธิ์ สกุล ปลอดภัย

โรงเรียนชัยภูมิภักดีชุมพล โทร 098-5637759 E-mail narongrit@cb.ac.th

3. แนวทางการคิดค้นนวัตกรรมการจัดการเรียนรู้

แนวทางที่ 1 แสวงหานวัตกรรมการจัดการเรียนรู้จากแหล่งต่าง ๆ ที่เคยมีผู้สร้างหรือทำไว้แล้ว แล้วนำมาปรับปรุงหรือพัฒนาใหม่

แนวทางที่ 2 การสร้างนวัตกรรมการจัดการเรียนรู้ขึ้นใหม่

4. ประเภทของนวัตกรรมการจัดการเรียนรู้

สื่อการจัดการเรียนรู้

เทคนิควิธีการจัดการเรียนรู้

5. ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหาที่ต้องสร้าง/พัฒนานวัตกรรมการจัดการเรียนรู้

ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ในวิชาคณิตศาสตร์ในระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนปลาย ด้วยตัวเนื้อหาวิชาจะเน้นไปทางนามธรรม ซึ่งยากต่อการอธิบายหรือการทำความเข้าใจ ผู้สอนจึงสังเกตเห็นการนำเนื้อหาไปปรับกับเนื้อหาเรื่องอื่นที่ เช่น ถ้าไปในระดับมัธยมศึกษาจะใช้หลักการในระดับมัธยมศึกษาตอนต้นในการอธิบาย แต่เมื่อเรียนในระดับมัธยมศึกษาตอนปลายก็จะใช้ความรู้ที่เรียนในการอธิบายแทนปรากฏการณ์ที่เกิดขึ้นแทน ในเนื้อหาเรื่องอนุกรมเรขาคณิต จะพบว่าหากเราใช้สูตรในการคำนวณนักเรียนอาจจะจำสูตรแล้วนำไปใช้ซึ่งไม่ใช่หลักการทางคณิตศาสตร์เท่าที่ควร เพราะคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่ควรวิเคราะห์หาข้อสรุป เป็นแบบแผน แบบรูป ผู้สร้างนวัตกรรมจึงอยากใช้กระบวนการสอนทางอุปนัยคณิตศาสตร์มาใช้เป็นหลักในการสรุปสูตรที่ได้เพื่อให้นักเรียนเห็นปรากฏการณ์ที่เกิดขึ้น เพื่อให้เข้าใจตัวสูตรนั้นอย่างแท้จริง

6. วัตถุประสงค์ของการสร้าง/พัฒนานวัตกรรมการจัดการเรียนรู้

1. เพื่อให้นักเรียนใช้กระบวนการเรียนรู้โดยใช้หลักอุปนัยทางคณิตศาสตร์ไปใช้สรุปข้อสังเกตที่เกิดขึ้น

7. กลุ่มเป้าหมาย/ประชากร/กลุ่มตัวอย่าง

นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6

8. หลักการ แนวคิด ทฤษฎีที่ใช้ในการสร้าง/พัฒนานวัตกรรมการจัดการเรียนรู้

แนวคิดในการออกแบบกิจกรรมใช้หลักการบวกลบคูณหารเรขาคณิตที่เกิดขึ้นโดยใช้สี่เหลี่ยมจตุรัสอธิบาย และใช้หลักการคณิตศาสตร์โดยหลักอุปนัยคือสรุปข้อสังเกตจากโจทย์ที่ได้ เป็นสูตรทั่วไป

9. การออกแบบนวัตกรรมการจัดการเรียนรู้ (โครงสร้างของนวัตกรรม)

โครงสร้างของนวัตกรรมได้ออกแบบดังนี้

1. ปัญหา โดยใช้บทพากย์เอราวัณมาเป็นปัญหาในการพบเห็นโจทย์อนุกรมเรขาคณิต
2. สรุปข้อสังเกต จะใช้โจทย์ปัญหาโดยใช้สามเหลี่ยม เพื่อให้ให้นักเรียนสรุปสูตรที่ได้จากปัญหานี้
3. การอธิบายปรากฏการณ์เพื่อนำไปใช้ โดยใช้การหาพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมจตุรัสที่ถูกแบ่งส่วนแล้วหาพื้นที่และเส้นรอบวงที่รวมกันได้มีค่าเป็นเช่นไร
4. การทำโจทย์ท้าทาย เพื่อให้ให้นักเรียนนำความรู้ไปประยุกต์ปรับใช้ในการทำโจทย์

10. วิธีดำเนินการสร้าง/พัฒนานวัตกรรมการจัดการเรียนรู้

1. ศึกษาเนื้อหาเรื่องอนุกรมเรขาคณิต
2. หาปัญหาของการพบเห็นโจทย์อนุกรมเรขาคณิต
3. ค้นคว้าศึกษาโจทย์ในเรื่องอนุกรมเรขาคณิต
4. ประยุกต์ปรับใช้ปรากฏการณ์ที่เกิดขึ้นโดยนำโจทย์เรขาคณิตไปปรับใช้
5. นำไปใช้กับโจทย์ปัญหาท้าทาย

11. วิธีการ/แนวทางการใช้นวัตกรรมการจัดการเรียนรู้

นำนวัตกรรมไปปรับใช้ทั้งนักเรียนในกลุ่มเก่งและกลุ่มอ่อนเพื่อประเมินผลของนวัตกรรม ว่าสามารถไปใช้กับนักเรียนทั้งหมดได้หรือไม่ หรือมีข้อผิดพลาดเช่นไรกับนักเรียนในกลุ่มต่าง ๆ

12. ผลการพัฒนานวัตกรรมการจัดการเรียนรู้ (สอดคล้องกับวัตถุประสงค์ของการสร้าง/พัฒนา
นวัตกรรมการจัดการเรียนรู้ในข้อ 6)

1. เพื่อให้นักเรียนใช้กระบวนการเรียนรู้โดยใช้หลักอุปนัยทางคณิตศาสตร์ไปใช้สรุปข้อสังเกตที่เกิดขึ้น
ผลที่ได้คือนักเรียน 90 % สามารถสรุปความสัมพันธ์ที่ได้โดยใช้โจทย์ปัญหาของจำนวนวงกลม
ที่เพิ่มขึ้น และจากอนุกรมเรขาคณิตได้ แต่มีปัญหากับนักเรียน 10% ที่ยังไม่สามารถสรุปโดยใช้

13. การเผยแพร่ นวัตกรรมการจัดการเรียนรู้

เผยแพร่ผ่าน Google site ของครูผู้สอนเพื่อให้คุณครูที่สนใจได้นำไปปรับใช้

(นายณรงฤทธิ์ ปลอดโคกสูง)

ครูผู้ช่วย

**แนวทางการส่งผลงานเพื่อเผยแพร่นวัตกรรมการจัดการกระบวนการเรียนรู้คณิตศาสตร์
เพื่อรับเกียรติบัตรระดับเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษาช่วยภูมิภาค**

1. วัตถุประสงค์การดำเนินงาน

1.1 เพื่อส่งเสริมให้ครูคณิตศาสตร์ ได้สร้างสรรค์นวัตกรรมทางการศึกษา ในการพัฒนาศักยภาพผู้เรียนสู่การเป็นพลเมืองโลกตามเป้าหมายการพัฒนาที่ยั่งยืน

1.2 เพื่อเผยแพร่ผลงานนวัตกรรมทางการศึกษาที่มีคุณภาพของครูคณิตศาสตร์ สู่การปฏิบัติอย่างแพร่หลายในระดับเขตพื้นที่การศึกษา และระดับอื่น ๆ

2. ลักษณะของนวัตกรรมจัดการเรียนรู้

นวัตกรรมจัดการเรียนรู้ หมายถึง รูปแบบ วิธีการ เทคนิคการจัดการเรียนรู้ หรือสื่อการเรียนรู้ที่มุ่งแก้ไขหรือพัฒนาศักยภาพผู้เรียนสู่การเป็นพลโลกตามเป้าหมายการพัฒนาที่ยั่งยืนที่เหมาะสมตามบริบทของสถานศึกษา

3. การส่งนวัตกรรมจัดการเรียนรู้

ส่งแบบรายงานผลการสร้าง/พัฒนานวัตกรรมจัดการเรียนรู้พร้อมแนบรูปภาพประกอบที่จำเป็นไม่เกิน 20 หน้า (ไม่รวมปก) ได้ที่ korakeng2@gmail.com เป็นไฟล์ pdf ภายในวันที่ 23 มิถุนายน 2566



กิจกรรมการเรียนรู้ การสอนวิชาคณิตศาสตร์

เรื่อง อนุกรมเรขาคณิต
(Geometric Series)

$$S_n = \frac{a(1-r^n)}{(1-r)}, r < 1$$

นายณรงฤทธิ์ ปลอดโคกสูง
โรงเรียนชัยภูมิภักดีชุมพล

แนวทางการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ เรื่อง อนุกรมเรขาคณิต (Geometric Series)

จุดประสงค์ของการศึกษา : ศึกษาผลบวกของอนุกรมเรขาคณิต

ให้นักเรียนศึกษาบททฤษฎีของ บทพหุคูณเอราวัณแล้วตอบคำถามต่อไปนี้

บทพหุคูณเอราวัณ จากพระราชนิพนธ์เรื่องรามเกียรติ์ ในพระบาทสมเด็จพระพุทธเลิศหล้านภาลัย เป็นกาพย์ฉก 16 ซึ่งบรรยายลักษณะของช่างเอราวัณ พาหนะของพระอินทร์ ซึ่งช่างในบทพหุคูณนี้เกิดจากการเนรมิตของอินทรชิต เพื่อหลอกล่อกองทัพของพระราม โดยส่วนหนึ่งของบทพหุคูณเป็นดังนี้

ช่างนิรมิตฤทธิแรงแข็งขัน	เผือกผ่องผิวพรรณ
สีสังข์สะอาดโอहार	
สามสิบสามเศียรโสภาค	เศียรหนึ่งเจ็ดงา
ตั้งเพชรรัตน์รูจี	
งาหนึ่งเจ็ดโบทครณี	สระหนึ่งย่อมมี
เจ็ดกออุบลบันดาล	
กอหนึ่งเจ็ดดอกดวงมัลย์	ดอกหนึ่งแบ่งบาน
มีกลีบได้เจ็ดกลีบผกา	
กลีบหนึ่งมีเทพธิดา	เจ็ดองค์โสภาค
แน่นน้อยลำพานงพาล	
นางหนึ่งย่อมมีบริวาร	อีกเจ็ดเยาวมัลย์
ล้วนรูปนิรมิตมารยา	

ให้นักเรียนตอบคำถามต่อไปนี้ โดยใช้ข้อมูลจากบทพากย์ข้างต้น

1. ช้างเอราวัณมีกี่เศียร

.....

2. เศียรช้างเอราวัณแต่ละเศียรมีงาที่กี่ง และช้างเอราวัณมีงารวมทั้งหมดกี่ง

.....

3. งาแต่ละงามีสระบัวกี่สระ และช้างเอราวัณมีสระบัวรวมทั้งหมดกี่สระ

.....

4. สระบัวแต่ละสระมีกอบัวกี่กอบ และช้างเอราวัณมีกอบัวรวมทั้งหมดกี่กอบ

.....

5. กอบัวแต่ละกอบมีดอกบัวกี่ดอก และช้างเอราวัณมีดอกบัวรวมทั้งหมดกี่ดอก

.....

6. ดอกบัวแต่ละดอกมีกลีบ และช้างเอราวัณมีกลีบดอกบัวรวมทั้งหมดกี่กลีบ

.....

7. กลีบดอกบัวแต่ละกลีบมีเทพธิดากี่องค์ และช้างเอราวัณมีเทพธิดารวมทั้งหมดกี่องค์

.....

8. เทพธิดาแต่ละองค์มีบริวารกี่นาง และช้างเอราวัณมีบริวารรวมทั้งหมดกี่นาง

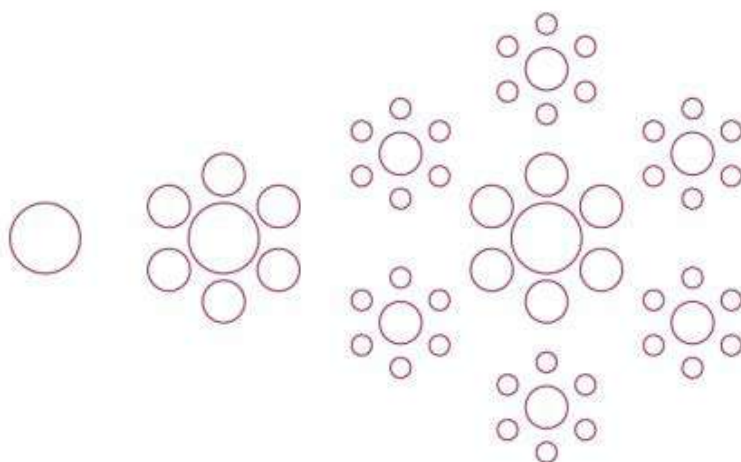
.....

9. ช้างเอราวัณมีกลีบดอกบัว เทพธิดาและบริวารรวมทั้งหมด

.....

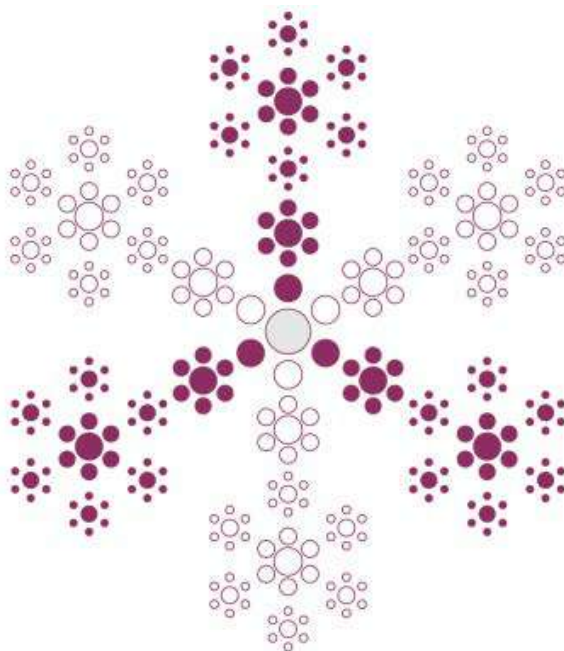
และหลังจากนั้นให้นักเรียนพิจารณารูปต่อไปนี้

2. พิจารณารูปต่อไปนี้



คำถาม : มีจำนวนวงกลมทั้งหมดกี่รูป

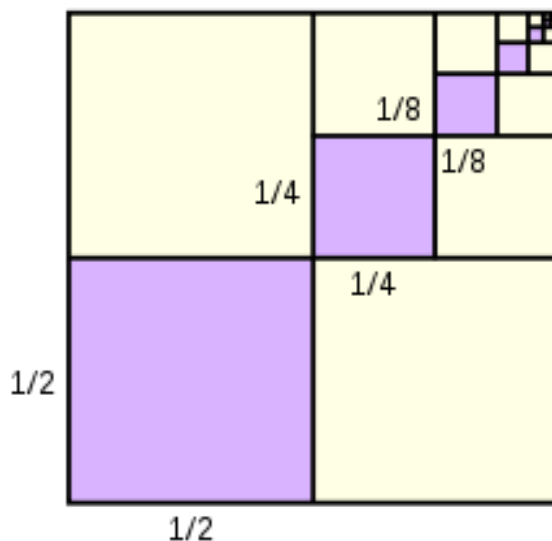
b. ให้นักเรียนแต่ละคนศึกษาจำนวนวงกลมทั้งหมดดังรูป



แนวคิด

กิจกรรมหาผลรวมของพื้นที่สี่เหลี่ยม

จุดประสงค์ของกิจกรรม นักเรียนสามารถนำความรู้เกี่ยวกับอนุกรมเรขาคณิตไปคำนวณพื้นที่และเส้นรอบรูปของสี่เหลี่ยมจัตุรัสได้



วัสดุ/อุปกรณ์

1. กระดาษรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส
2. ดินสอ
3. ไม้บรรทัด
4. สีไม้หรือสีเมจิก
5. เทปกาว

คำชี้แจง ให้นักเรียนสร้าง สี่เหลี่ยมจัตุรัส และตอบคำถามต่อไปนี้

ขั้นที่ 1 แบ่งด้านของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสแบ่งด้านออกเป็น 2 ส่วน เท่า ๆ กันทั้ง สี่ด้าน สร้างรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสเชื่อมจุดทั้งสี่ แล้วระบายสีรูปสี่เหลี่ยมที่ได้ด้านล่างซ้ายมือ เพื่อหาพื้นที่

ขั้นที่ 2 พิจารณารูปสี่เหลี่ยมที่ไม่ถูกระบายสี 1 รูปด้านขวามือ ทำกระบวนการในขั้นที่ 1 กับรูปสี่เหลี่ยมด้านบนขวามือ

ขั้นที่ 3 เมื่อทำขั้นตอนที่ 2 เสร็จให้พิจารณารูปสี่เหลี่ยมด้านบนขวามือไปเรื่อยๆ

สมมติว่ารูปสามเหลี่ยมเริ่มต้นมีด้านยาว L หน่วยเท่ากันทุกด้าน และส่วนที่ถูกระบายสีคือส่วนที่ถูกตัดออกให้นักเรียนเติมข้อมูลลงในตารางต่อไปนี้

ชั้นที่ 1	พื้นที่ที่ถูกระบายสี	เส้นรอบรูป
0		
1		
2		
3		
n		

1. พื้นที่ของรูปสีเหลี่ยมรวมกันทุกรูปตั้งแต่ชั้นที่ 1 ถึงชั้นที่ n รวมกันเท่ากับกี่ตารางหน่วย ?

.....

.....

.....

.....

.....

2. ความยาวเส้นรอบรูปของรูปสีเหลี่ยมทุกรูปตั้งแต่ชั้นที่ 1 ถึงชั้นที่ n รวมกันเท่ากับกี่หน่วย?

.....

.....

.....

.....

.....

เฉลย

แนวทางการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ เรื่อง อนุกรมเรขาคณิต (Geometric Series)

จุดประสงค์ของการศึกษา : ศึกษาผลบวกของอนุกรมเรขาคณิต

ให้นักเรียนศึกษาบททฤษฎีของ บทพากย์เอราวัณแล้วตอบคำถามต่อไปนี้

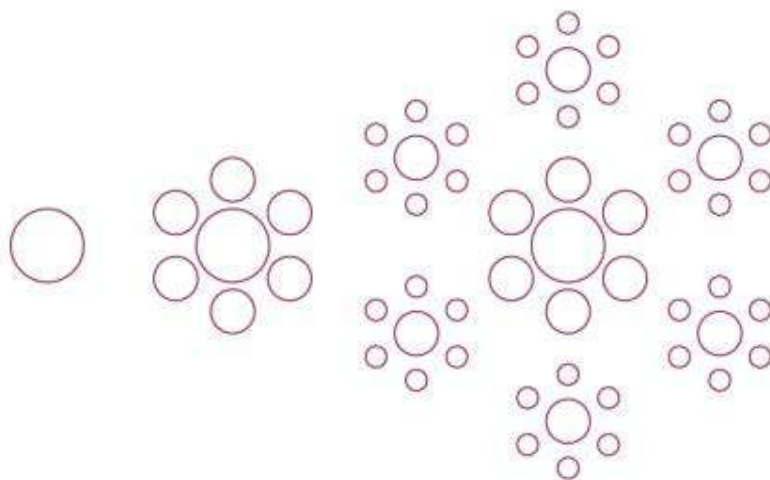
บทพากย์เอราวัณ จากพระราชนิพนธ์เรื่องรามเกียรติ์ ในพระบาทสมเด็จพระพุทธเลิศหล้านภาลัย เป็นกาพย์ฉก 16 ซึ่งบรรยายลักษณะของช้างเอราวัณ พาหนะของพระอินทร์ ซึ่งช้างในบทพากย์นี้เกิดจากการเนรมิตของอินทรชิต เพื่อหลอกล่อกองทัพของพระราม โดยส่วนหนึ่งของบทพากย์เป็นดังนี้

ช้างนิรมิตฤทธิ์แรงแข่งขัน	เผือกผ่องผิวพรรณ
สีสังข์สะอาดโอฬาร	
สามสิบสามเศียรโสภาค	เศียรหนึ่งเจ็ดงา
ตั้งเพชรรัตน์รูจี	
งาหนึ่งเจ็ดโบทครณี	สระหนึ่งย่อมมี
เจ็ดกออุบลบันดาล	
กอหนึ่งเจ็ดดอกดวงมัลย์	ดอกหนึ่งแบ่งบาน
มีกลีบได้เจ็ดกลีบผกา	
กลีบหนึ่งมีเทพธิดา	เจ็ดองค์โสภาค
แน่นน้อยลำพานงพาล	
นางหนึ่งย่อมมีบริวาร	อีกเจ็ดเขาวมัลย์
ล้วนรูปนิรมิตมารยา	

ให้นักเรียนตอบคำถามต่อไปนี้ โดยใช้ข้อมูลจากบทพากย์ข้างต้น

1. ช้างเอราวัณมีกี่เศียร 33 เศียร
2. เศียรช้างเอราวัณแต่ละเศียรมีง่ากิ้ง และช้างเอราวัณมีง่ารวมทั้งหมดกี่กิ้ง 33×7 กิ้ง
3. ง่าแต่ละกิ้งมีสระเบี้ยวกี่สระ และช้างเอราวัณมีสระเบี้ยวรวมทั้งหมดกี่สระ 33×7^2 สระ
4. สระเบี้ยวแต่ละสระมีกอบัวกี่ก้อ และช้างเอราวัณมีกอบัวรวมทั้งหมดกี่ก้อ 33×7^3 ก้อ
5. กอบัวแต่ละก้อมีดอกบัวกี่ดอก และช้างเอราวัณมีดอกบัวรวมทั้งหมดกี่ดอก 33×7^4 ดอก
6. ดอกบัวแต่ละดอกมีกลีบ และช้างเอราวัณมีกลีบดอกบัวรวมทั้งหมดกี่กลีบ 33×7^5 กลีบ
7. กลีบดอกบัวแต่ละกลีบมีเทพธิดากี่องค์ และช้างเอราวัณมีเทพธิดารวมทั้งหมดกี่องค์ 33×7^6 องค์
8. เทพธิดาแต่ละองค์มีบริวารกี่นาง และช้างเอราวัณมีบริวารรวมทั้งหมดกี่นาง 33×7^7 นาง
9. ช้างเอราวัณมีกลีบดอกบัว เทพธิดาและบริวารรวมทั้งหมด
 $(33 \times 7^5) + (33 \times 7^6) + (33 \times 7^7) = 1881 \times 7^5$

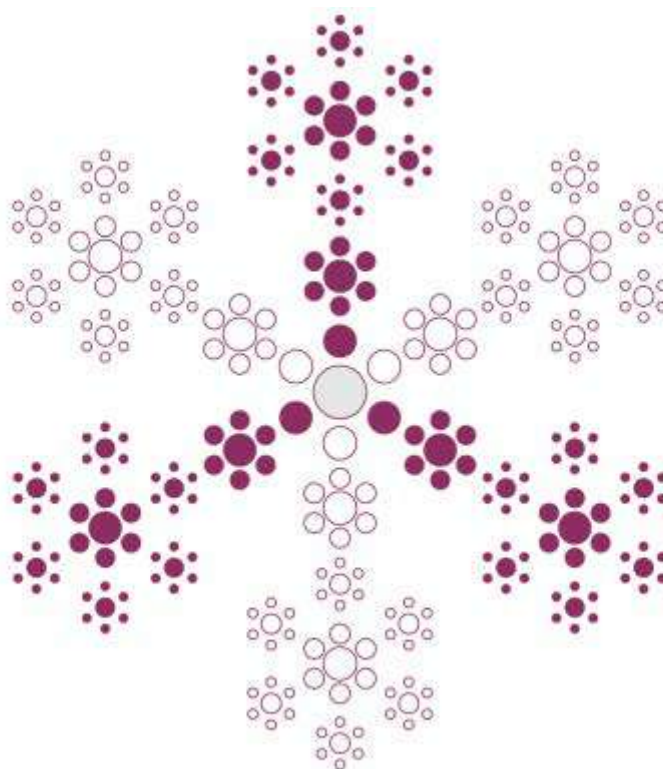
2. พิจารณารูปต่อไปนี้



คำถาม : มีจำนวนวงกลมทั้งหมดกี่รูป

แนวคิด $1 + 7 + 7^2$ รูป

ให้นักเรียนแต่ละคนศึกษาจำนวนวงกลมทั้งหมดดังรูป



แนวคิด วิธีที่ 1 : $1 + 6(1 + 7 + 7^2)$ รูป

วิธีที่ 2 : $7(7^2)$

$$\text{จากรูปข้างต้นจะได้แนวคิดเป็น } 1 + 7 + 7^2 = \frac{7^3 - 1}{7 - 1}$$

กำหนดให้ n จำนวนเต็มบวก นักเรียนสามารถคาดเดาสสูตรของผลบวก ได้หรือไม่

$$1 + 7 + 7^2 + 7^3 + \dots + 7^n = \frac{7^{n+1} - 1}{7 - 1}$$

กำหนดให้ m และ n จำนวนเต็มบวก นักเรียนสามารถคาดเดาสสูตรของผลบวก ได้หรือไม่

$$1 + m + m^2 + m^3 + \dots + m^n = \frac{m^{n+1} - 1}{m - 1}$$

กำหนดให้ n เป็นจำนวนเต็มบวก, a และ r เป็นจำนวนจริงโดยที่ $r \neq 1$ นักเรียนมีวิธีการหาผลบวก

$$a + ar + ar^2 + \dots + ar^{n-1}$$

ได้อย่างไร?

แนวคิด : ให้ $S_n = a + ar + ar^2 + \dots + ar^{n-1}$

$$\text{จะได้ว่า } rS_n = ar + ar^2 + ar^3 + \dots + ar^{n-1} + ar^n$$

$$\text{ดังนั้น } (1 - r)S_n = a - ar^n = a(1 - r^n)$$

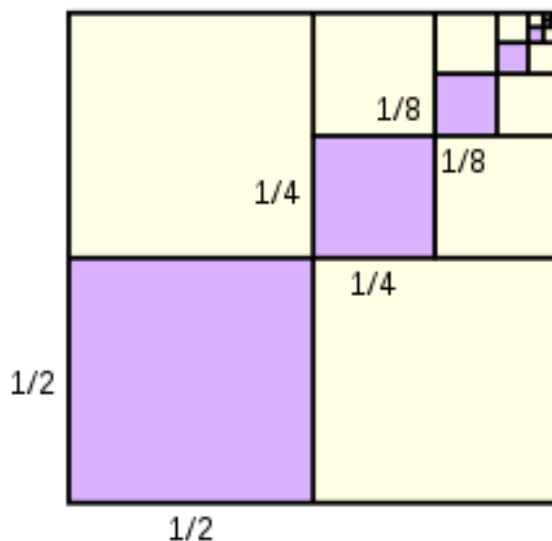
$$\text{ทำให้ได้ว่า } S_n = \frac{a(1 - r^n)}{1 - r}$$

ทฤษฎีบท 1. กำหนดให้ n เป็นจำนวนเต็มบวก ถ้า a และ r เป็นจำนวนจริง $r \neq 1$ แล้ว

$$a + ar + ar^2 + \dots + ar^{n-1} = \frac{a(1 - r^n)}{1 - r}$$

การหาพื้นที่รวมของรูปสี่เหลี่ยม

จุดประสงค์ของกิจกรรม นักเรียนสามารถนำความรู้เกี่ยวกับอนุกรมเรขาคณิตไปคำนวณพื้นที่และเส้นรอบรูปของสี่เหลี่ยมจัตุรัสได้



วัสดุ/อุปกรณ์

1. กระดาษรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส
2. ดินสอ
3. ไม้บรรทัด
4. สีไม้หรือสีเมจิก
5. เทปกาว

คำชี้แจง ให้นักเรียนสร้าง สี่เหลี่ยมจัตุรัส และตอบคำถามต่อไปนี้

ขั้นที่ 1 แบ่งด้านของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสแบ่งด้านออกเป็น 2 ส่วน เท่า ๆ กัน สร้างรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสเชื่อมจุดทั้งสี่ แล้วระบายสีรูปสี่เหลี่ยมที่ได้เพื่อหาพื้นที่

ขั้นที่ 2 พิจารณารูปสี่เหลี่ยมที่ไม่ถูกระบายสี 1 รูป ด้านขวามือ ทำกระบวนการในขั้นที่ 1 กับรูปสี่เหลี่ยมด้านบนขวามือ

ขั้นที่ 3 พิจารณารูปสามเหลี่ยมที่ไม่ถูกระบายสีทั้ง 9 รูป ทำกระบวนการในขั้นที่ 1 กับรูปสามเหลี่ยมแต่ละรูป

สมมติว่ารูปสามเหลี่ยมเริ่มต้นมีด้านยาว L หน่วยเท่ากันทุกด้าน และส่วนที่ถูกระบายสีคือส่วนที่ถูกตัดออก
ให้นักเรียนเติมข้อมูลลงในตารางต่อไปนี้

ชั้นที่ 1	พื้นที่ที่ถูกระบายสี	เส้นรอบรูป
0	$A_0 = L^2$	$P_0 = 4L$
1	$A_1 = \left(\frac{L}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}A_0$	$P_1 = 4\frac{L}{2} = 2L$
2	$A_2 = \left(\frac{L}{2^2}\right)^2 = \frac{1}{16}A_0$	$P_2 = 4\frac{L}{4} = L$
3	$A_3 = \left(\frac{L}{2^3}\right)^2 = \frac{1}{64}A_0$	$P_3 = 4\frac{L}{8} = \frac{L}{2}$
\vdots	\vdots	\vdots
n	$A_n = \left(\frac{L}{2^n}\right)^2 = \frac{1}{2^{2n}}A_0$	$P_n = 4\frac{L}{2^{n+1}} = \frac{4L}{2^n}$

1. พื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมรวมกันทุกรูปตั้งแต่ชั้นที่ 1 ถึงชั้นที่ n รวมกันเท่ากับกี่ตารางหน่วย ?

แนวคิด :

$$\begin{aligned}
 A_1 + A_2 + A_3 + \dots + A_n &= \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{4^2} + \frac{1}{4^3} + \dots + \frac{1}{4^n} \right) \\
 &= \frac{1}{4} \left(\frac{1 - \left(\frac{1}{4}\right)^n}{1 - \frac{1}{4}} \right) A_0 \\
 &= \frac{1}{3} \left(1 - \frac{1}{4^n} \right) A_0
 \end{aligned}$$

2. ความยาวเส้นรอบรูปของรูปสามเหลี่ยมที่ถูกตัดออกทุกรูปตั้งแต่ชั้นที่ 1 ถึงชั้นที่ n รวมกันเท่ากับกี่หน่วย?

แนวคิด :

$$\begin{aligned} P_1 + P_2 + P_3 + \dots + P_n &= \left(4 + 2 + 1 + \frac{1}{2} + \dots + \frac{1}{2^{n-2}} \right) L \\ &= 4 \left(\frac{1 - \left(\frac{1}{2}\right)^n}{1 - \frac{1}{2}} \right) L \\ &= 8 \left(1 - \frac{1}{2^n} \right) \end{aligned}$$

3. ถ้าทำกระบวนการข้างต้นไปเรื่อย ๆ แล้วพื้นที่รวมของทุกรูปที่ระบายสีจะค่าเข้าใกล้ค่าใด

แนวคิด เนื่องจาก $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{3} \left(1 - \left(\frac{1}{4}\right)^n \right) A_0 = \frac{1}{3} A_0$

ดังนั้นถ้าทำเช่นนี้ไปเรื่อย ๆ แล้วพื้นที่รวมจะมีค่าเท่ากับ $\frac{1}{3} A_0$ ตารางหน่วย

เนื่องจาก $\lim_{n \rightarrow \infty} 8 \left(1 - \left(\frac{1}{2}\right)^n \right) L = 8L$

ดังนั้นถ้าทำเช่นนี้ไปเรื่อย ๆ แล้วความยาวรอบรูปจะมีค่าเท่ากับ $8L$ ตารางหน่วย

ทฤษฎีบท 2. ถ้า a และ r เป็นจำนวนจริงโดยที่ $|r| < 1$ แล้ว

$$a + ar + ar^2 + ar^3 + \dots = \frac{a}{1-r}$$

เมื่อนักเรียนตอบคำถามเสร็จให้นับสี่เหลี่ยมมาต่อกันให้มีขนาดใหญ่

คำถามท้าทาย

1. จงหาผลบวกของอนุกรม $\frac{1}{4}\log 2 + \frac{1}{8}\log 4 + \frac{1}{16}\log 8 + \dots$

$$\begin{aligned}\text{แนวคิด } \frac{1}{4}\log 2 + \frac{1}{8}\log 4 + \frac{1}{16}\log 8 + \dots &= \left(\frac{1}{4} + \frac{2}{8} + \frac{3}{16} + \dots\right)\log 2 \\ &= \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2} + \frac{2}{4} + \frac{3}{8} + \dots\right)\log 2 \\ &= \frac{1}{2}(2)\log 2 \\ &= \log 2\end{aligned}$$

References

- [1] Anton, H., Bivens, I. & Davis, S. (2009). *Calculus: Early Transcendentals* (9th ed.). Danvers, MA: John Wiley & Sons, Inc.
- [2] Nelsen, R. (2015). *Proofs Without Words: Further Exercises in Visual Thinking*. Washington, DC: Mathematical Association of America.
- [3] Stewart, J., Redlin, L., & Watson, S. (2012). *Precalculus: Mathematics for Calculus* (6th ed.). Belmont, CA: Brooks/Cole Cengage Learning.
- [4] คู่มือคูวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติมเล่ม 2 ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 สำนักงานส่งเสริมการสอนคณิตศาสตร์และวิทยาศาสตร์
- [5] แนวทางการสอนอนุกรมเรขาคณิต โรงเรียนมหิดลวิทยานุสรณ์

